

ΘΕΜΑ 1ο (3.0 μονάδες)

Δίνεται η ακόλουθη χρονοσειρά που παρουσιάζει τις πωλήσεις συστημάτων AC μιας εταιρείας ηλεκτρικών ειδών. Αντίστοιχα δίνονται και οι εργάσιμες ημέρες (WD) των καταστημάτων της.

Τετράμηνο	T2-21	T3-21	T1-22	T2-22	T3-22	T1-23	T2-23	T3-23	T1-24	T2-24
Πωλήσεις	3201	3634	4400	4180	4100	3700	3800	3714		
WD	80	97	88	81	96	86	83	99	87	82

$$\text{Average} = \frac{\sum WD}{10} = 87.90$$

100% θέλει μόνο 8

1.1 (0.5) Προσαρμόστε τη χρονοσειρά βάσει εργάσιμων ημερών.

$$Y_t' = Y_t \cdot (\text{Average} / WD_t)$$

t	Y_t	WD	Y_t'	KMO(s)	ratio
1	3201	80	3517.1		
2	3634	97	3293.1		
3	4400	88	4395.0	3899.06	0.89
4	4180	81	4536.1	3951.99	0.87
5	4100	96	3954.1	4098.24	1.09
6	3700	86	3781.7	4024.11	1.06
7	3800	83	4024.3		
8	3714	99	3297.6		

1.2 (1.0) Εντοπίστε ειδικά γεγονότα στην προσαρμοσμένη χρονοσειρά Y_{adj} θεωρώντας τον ακόλουθο κανόνα εντοπισμού. Εν συνεχεία εξομαλύνετε τη χρονοσειρά.

$$0.9 \leq \frac{KMO_s(Y_{adj})}{Y_{adj}} \leq 1.1$$

$$t=3: D_3' = (3-2) \cdot \frac{D_5 - D_2}{3} + D_2 = 3446.74$$

$$t=4: D_4' = (4-2) \cdot \frac{D_5 - D_2}{3} + D_2 = 3486.16$$

1.3 (1.0) Προβλέψτε τις πωλήσεις της εταιρείας για τα επόμενα δύο τετράμηνα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης και λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες προσαρμογές/εξομαλύνσεις. Ως παράμετρο εξομάλυνσης θεωρήστε: $\alpha=0.2$

t	Y_t	WD	Y_t^{adj}	F_t^{adj}	e_t	S_0	F_t
0						3560.77	
1	3201	80	3517.1	3560.77	-43.67	3552.04	
2	3634	97	3293.1	3552.04			
3	4400	88	4395.0				
4	4180	81	3446.7				
5	4100	96	3986.2				
6	3700	86	3781.7				
7	3800	83	4024.3				
8	3714	99	3297.6	3727.97	-430.38	3641.89	
9		87		3641.89			3604.6
10		82		3641.89			3397.4

$$\text{ενιάρχω } S_0 = \text{Avg}(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) = 3560.77$$

Ανώνυμη εκθετική εξομαλύνση:

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + \alpha \cdot e_t, \quad \alpha = 0.2$$

$$F_{t+1} = S_t \rightarrow F_t = S_{t-1}$$

$$F_t = F_t^{adj} \cdot (WD / \text{Avg})$$

1.4 (0.5) Δεδομένου ότι οι πωλήσεις της εταιρείας τα πρώτα δύο τετράμηνα του 2024 διαμορφώθηκαν στα 3663 και 3208 τεμάχια αντίστοιχα, αξιολογήστε τις προβλέψεις σας ως προς: (α) την ακρίβεια και (β) την προκατάληψή τους.

t	Y_t	F_t	e_t
9	3663	3604.6	584
10	3208	3397.4	-189

$$\text{ακρίβεια: } MAE = \frac{1}{n} \sum |e_i| \quad \text{ή} \quad MSE = \frac{1}{n} \sum e_i^2$$

$$\text{μεροληψία: } ME = \frac{1}{n} \sum e_i \quad \left\{ \begin{array}{l} > 0, \text{ αισιόδ} \\ < 0, \text{ απαισιόδ} \end{array} \right.$$

ΘΕΜΑ 2ο (3.5 μονάδες)

Δίνεται η ακόλουθη χρονοσειρά ζήτησης ανταλλακτικών ενός γεωργικού μηχανήματος:

Τρίμηνο	P1-22	P2-22	P3-22	P4-22	P1-23	P2-23	P3-23	P4-23	P1-24	P2-24
Ζήτηση	0	7	12	0	1	8	15	0	0	5

→ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑ

2.1 (1.5) Δώστε τις προβλέψεις σας για τα επόμενα τέσσερα τρίμηνα χρησιμοποιώντας την κλασική μορφή της μεθόδου του Croston.

Croston: (σελ 227)

$$S_0 = \bar{y}_t \quad F_t = S_{t-1}$$

$$a = 0.05 \quad e_t = y_t - F_t$$

$$F_{\text{Croston}} = \frac{F_{\text{dem}}}{F_{\text{int}}} \quad S_t = S_{t-1} + a e_t$$

$$S_0^{\text{dem}} = \bar{y}_{\text{dem}} = 8$$

$$S_0^{\text{int}} = \bar{y}_{\text{int}} = 1.67$$

$$F_{\text{Croston}} = \frac{8.01}{1.67} = 4.79$$

$$F_{11} = F_{12} = F_{13} = F_{14} = 4.79$$

Demands

y_t	F_t	e_t	S_t
-	-	-	8
7	8	-1	7.95
12	7.95	4.05	8.15
1	8.15	-7.15	7.79
8	7.79	0.21	7.81
15	7.81	7.19	8.16
0	8.16	-8.16	8.01

Intervals

y_t	F_t	e_t	S_t
-	-	-	1.67
2	1.67	0.33	1.68
1	1.68	-0.68	1.65
2	1.65	0.35	1.67
1	1.67	-0.67	1.63
1	1.63	-0.63	1.60
3	1.60	1.40	1.67

2.2 (0.5) Δεδομένου ότι οι πραγματικές τιμές την περίοδο πρόβλεψης ήταν {10, 0, 0, 4}, αποφανθείτε αν ο ισχυρισμός των Syntetos και Boylan περί της μείωσης της προκατάληψης της μεθόδου του Croston μέσω της μεθόδου τους επαληθεύεται στη συγκεκριμένη εφαρμογή.

SBA: τροποποίηση της Croston (σελ 232)

$$F_{\text{SBA}} = \left(1 - \frac{a}{2}\right) \cdot F_{\text{Croston}} = 97.5\% \cdot F_{\text{Croston}}$$

$$\text{Μείωση bias: } ME = \frac{1}{n} \sum (y_t - F_t) = \frac{1}{n} \sum e_t$$

y_t	F_t^{cr}	e_t^{cr}
10	4.79	5.21
0	4.79	-4.79
0	4.79	-4.79
4	4.79	-0.79

$$MA_{\text{Croston}} = \frac{1}{3} \sum e_t^{\text{Croston}} = -1.29$$

$$MA_{\text{SBA}} = \frac{1}{3} \sum e_t^{\text{SBA}} = -1.17$$

$\triangleright ME < 0 \Rightarrow$ δηλώνει αισιοδοξία / υπερεκτίμηση

$\triangleright |ME_{\text{SBA}}| < |ME_{\text{Croston}}|$: SBA μικρότερη προκατάληψη

2.3 (1.5) Εφαρμόστε τη μέθοδο ADIDA με στόχο την αύξηση της ακρίβειας πρόβλεψης σε σχέση με τη μέθοδο του Croston. Αιτιολογήστε τις επιλογές που κάνατε μεθοδολογικά, επιβεβαιώνοντας αριθμητικά τη μείωση του σφάλματος πρόβλεψης.

ADIDA (σελ 233)

$\triangleright$ επίπεδο συναθροίσις (aggregation level): $m=2$ περίοδ λόγω εποχικότητας

Έχουμε $n=10$ παρατηρήσεις, άρα θα χρησιμοποιήσουμε τις πρώτες $n \bmod m = 0$ παρατηρήσεις και η νέα χρονοσειρά θα αποτελείται από $n' = n/m = 10/2 = 5$ παρατηρήσεις

$\triangleright$ μέθοδος πρόβλεψης (forecasting method): KMO(3)

D_t	D_t^*	$KNO(3)$	w_i	F_t	e_t
0	7				
7					
12	12				
0					
1	9				
8					
15	15				
0					
0	5				
5					
10	← 967	981			
0		21			
0		21			
4		981			

► μέθοδος διαχωρισμοί (disaggregation method):

ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑ $\Rightarrow$ Average weights

Συνολική ζήτηση $P1, P4: 0+0+1+0+0=1 \Rightarrow w_{1,4}=1/48=2\%$

Συνολική ζήτηση $P2, P3: 7+12+8+15+5=47 \Rightarrow w_{2,3}=47/48=98\%$

Σχετική ακρίβεια:

$MAE_{crossin} = \frac{1}{n} \cdot \sum |e_t| =$

$MAE_{ADIDA} =$

σχετική ακρίβεια = $\frac{MAE_{crossin}}{MAE_{ADIDA}} = 5.88$

Η ADIDA είναι 5.88 φορές πιο ακριβής με βάση το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE)

ΘΕΜΑ 3° (3.5 μονάδες)

Δίνεται η ακόλουθη χρονοσειρά η οποία παρουσιάζει τα έσοδα (χιλ. Ευρώ) μιας εταιρείας.

Έτος	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Έσοδα	142	153	155	167	185	204

→ ανοδική τάση

3.1 (1.5) Προβλέψτε τα έσοδα της εταιρείας για τα επόμενα τρία έτη χρησιμοποιώντας το μοντέλο ARIMA(0,1,1) με σταθερά. Δίνεται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης της στάσιμης χρονοσειράς $ACF(1) = 0.288$.

ARIMA(0,1,1) → MA(1) με διαφόριση, $ACF(1) = \rho_1 = 0.288$

t	y_t	y_t'	F_t	e_t	e_t^2
1	142			0	
2	153	11	1544	-14	196
3	155	2	16584	-1084	11756
4	167	12	17083	-383	1164
5	185	18	18061	439	1928
6	204	19	19601	799	6380
7	213.88		213.88	0	
8	226.28		226.28	0	
9			238.68		

↪ μόνο για υπολογ μ

$$\rho_1 = -\frac{\theta_1}{1+\theta_1^2} = 0.288 \Rightarrow 0.288\theta_1^2 + \theta_1 + 0.288$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = -0.316, \text{ δεκτή } (|\theta_1| < 1) \\ \theta_1 = -3.155 \end{cases}$$

$$\mu = \text{Avg}(y_t') = 12.4$$

$$c = \mu = 12.4$$

$$(1-B)y_t = c + \theta_1 \cdot B e_t$$

$$y_t - y_{t-1} = c + \theta_1 \cdot e_{t-1}$$

$$F_t = y_{t-1} + 12.4 - 0.32 \cdot e_{t-1}, e_0 = 0$$

3.2 (1.0) Ένας αναλυτής υπολόγισε πως το μοντέλο ARIMA(2,1,1) με σταθερά έχει σφάλμα προσαρμογής MSE = 40. Αιτιολογήστε αν θα επιλέγατε να το χρησιμοποιήσετε έναντι του μοντέλου που εκτιμήσατε στο προηγούμενο ερώτημα δεδομένης της επιπλέον πολυπλοκότητάς του.

$$AIC = -2\log L + 2(p+q+k+1) = -2\log L + 2(p+q+k+1)$$

$$-2\log L = n \cdot \ln(2n) + n \cdot \ln(MSE) + n$$

$$ARIMA(0,1,1): MSE = \frac{1}{n} \sum e_i^2 = 43.45 \Rightarrow AIC_{(0,1,1)}^{c50} = 5 \cdot \ln(2n) + 5 \cdot \ln(43.45) + 5 + 2 \cdot (0+1+1+1) = 39.05$$

$$ARIMA(2,1,1): MSE = 40 \Rightarrow AIC_{(2,1,1)}^{c40} = 5 \cdot \ln(2n) + 5 \cdot \ln(40) + 5 + 2 \cdot (2+1+1+1) = 42.63$$

$$AIC_{(0,1,1)} < AIC_{(2,1,1)} \Rightarrow \text{επιλέγω } ARIMA(0,1,1)$$

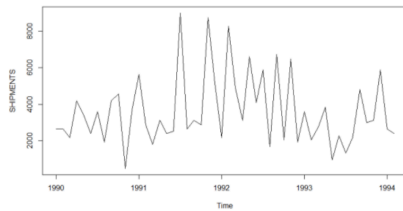
3.3 (1.0) Υπολογίστε το διάστημα εμπιστοσύνης των προβλέψεων του μοντέλου του ερωτήματος 3.1, θεωρώντας επίπεδο 95%.

$$RMSE = \sqrt{MSE} = 6.59 \quad \text{για } 95\% \rightarrow t = 1.96$$

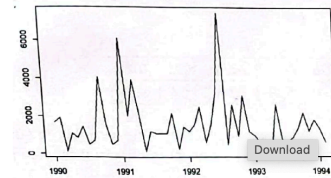
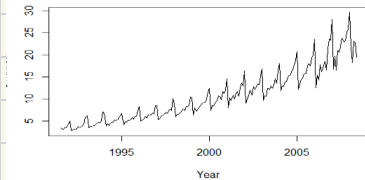
$$F_1 = 213.88 \pm 1.96 \cdot 6.59 \cdot \sqrt{1} = 213.88 \pm 12.92$$

$$F_2 = 226.28 \pm 1.96 \cdot 6.59 \cdot \sqrt{2} = 226.28 \pm 18.27$$

$$F_3 = 238.68 \pm 1.96 \cdot 6.59 \cdot \sqrt{3} = 238.68 \pm 22.38$$



Antidiabetic drug sales



- Στασιμότητα: Η χρονοσειρά δεν είναι πλήρως στατική, καθώς παρουσιάζει μεταβαλλόμενο πλάτος και διαρθρωτικές αλλαγές.
- Εποχιακότητα: Δεν παρατηρούνται σταθερά, επαναλαμβανόμενα μοτίβα, άρα δεν υπάρχει έντονη εποχιακή επίδραση.
- Κυκλικότητα: Δεν εμφανίζονται μακροπρόθεσμοι κύκλοι που να σχετίζονται με οικονομικούς ή άλλους παράγοντες.
- Τάση: Απουσία σαφούς και σταθερής ανοδικής ή καθοδικής πορείας.
- Ασυνέχειες: Εντοπίζονται απότομες αλλαγές, ειδικά την περίοδο 1991–1992, πιθανόν λόγω εξωτερικών γεγονότων.

- Στασιμότητα: Δεν είναι στατική, λόγω μεταβλητού πλάτους και διαρθρωτικών αλλαγών.
- Εποχιακότητα: Παρουσιάζει πολλαπλασιαστική εποχιακότητα, με επαναλαμβανόμενες αιχμές ανά δίμηνο.
- Κυκλικότητα: Δεν υπάρχουν ενδείξεις μακροπρόθεσμων κυκλικών μοτίβων.
- Τάση: Διακρίνεται σαφής ανοδική πορεία με την πάροδο του χρόνου.
- Ασυνέχειες: Παρατηρούνται απότομες αιχμές που υποδηλώνουν εξωτερικά ή ακραία γεγονότα.
- Τυχαιότητα: Υπάρχει ακανόνιστη διακύμανση που δηλώνει παρουσία στοχαστικού θορύβου.

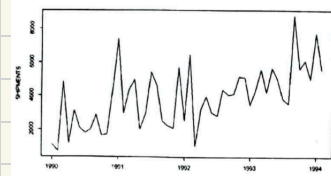
Στασιμότητα: Δεν είναι αυστηρά στατική λόγω μεταβλητού πλάτους και διαρθρωτικών αλλαγών. Εποχιακότητα: Υπάρχουν σαφείς επαναλαμβανόμενες αιχμές ετησίως, που δείχνουν εποχιακές επιδράσεις.

Κυκλικότητα: Δεν εντοπίζονται μακροπρόθεσμοι κύκλοι, πέραν της εποχικότητας.

Τάση: Απουσιάζει σταθερή τάση· η συνολική πορεία παραμένει σχεδόν επίπεδη.

Ασυνέχειες: Απώτεμες αιχμές, κυρίως το 1991–1992, δείχνουν εξωτερικά ή ακραία γεγονότα.

Τυχαιότητα: Παρουσιάζει ακανόνιστες διακυμάνσεις εκτός εποχιακού μοτίβου, υποδηλώνοντας στοχαστικό θόρυβο.



Στασιμότητα: Δεν είναι αυστηρά στατική, λόγω μεταβλητού πλάτους και διαρθρωτικών αλλαγών. Εποχιακότητα: Παρουσιάζει ετήσιες επαναλαμβανόμενες αιχμές, που δείχνουν εποχιακές επιδράσεις.

Κυκλικότητα: Δεν παρατηρούνται μακροπρόθεσμοι κύκλοι, πέρα από την εποχικότητα.

Τάση: Η χρονοσειρά εμφανίζει σταθερή ανοδική τάση με την πάροδο του χρόνου.

Ασυνέχειες: Εντοπίζονται απότομες αιχμές, κυρίως το 1991–1992, που υποδηλώνουν εξωτερικά ή ακραία γεγονότα.

Τυχαιότητα: Υπάρχουν ακανόνιστες διακυμάνσεις εκτός εποχικότητας, υποδηλώνοντας στοχαστικό θόρυβο.